

COM RESOLDRE PROBLEMES (un diàleg)

(Estret del llibre de G. Polya "How to solve it")

Un professor, més aviat idealitzat, contesta unes breus preguntes d'un, no menys idealitzat, estudiant.

FAMILIARITZAR-SE AMB EL PROBLEMA

Per on he de començar? Comença per l'enunciat del problema.
Què puc fer? Tracta de visualitzar el problema globalment tan clarament i vivida com puguis. No t'ocupis dels detalls per ara.
Què hi guanyes fent això? Comprendràs el problema, et familiaritzaràs amb ell, el quedarà el propòsit del problema gravat a la ment. L'atenció dedicada al problema pot també estimular-te la memòria i preparar-te per captar punts importants

TREBALLAR PER A UNA MILLOR COMPRESIÓ

Per on he de començar? Comença una altra vegada per l'enunciat del problema. Comença quan aquest enunciat et resulti tan clar i el tinguis tan ben gravat al cervell que el pots perdre de vista un moment sense por d'oblidar-lo.
Què puc fer? Aïlla les parts principals del problema. La hipòtesi i la tesi són les parts principals d'un "problema de demostrar"; la incògnita, les dades i les condicions imposades, són les parts principals d'un "problema de trobar". Examina les parts principals del teu problema, considera-les una per una, torna-les a considerar; considera-les combinades de diverses maneres, relacionant cada detall amb els altres detalls i amb el problema en conjunt.
Què hi guanyo fent això? Estàs preparant i classificant detalls que probablement entraran en joc més endavant.

A LA RECERCA D'IDEES ÚTILS

Per on he de començar? Comença considerant les parts principals del problema. Comença quan aquestes parts principals estiguin clarament exposades i concebudes gràcies al teu treball anterior, i quan la teva memòria sembli ja "sensibilitzada" pel problema.

Què puc fer? Considera el problema desde diversos punts de vista i busca connexions amb els coneixements prèviament adquirits.

Considera el problema desde diversos punts de vista. Subratlla les diferents parts, examina els diferents detalls, examina els mateixos detalls repetidament però de diferents maneres, combina els detalls de diverses maneres, aborda's desde diferents costats. Intenta veure algun nou significat en cada detall, alguna nova interpretació global del problema.

Busca connexions amb els coneixements prèviament adquirits. Tracta de pensar quines coses et van ajudar altres vegades en situacions semblants. Tracta de reconèixer algun aspecte familiar en el que estàs examinant, tracta d'adonar-te de la possible utilitat del que reconeixis.

Què puc trobar? Una idea útil, potser una idea decisiva que et mostri de cop com arribar a la solució del problema.

Com pot una idea ésser útil? Et mostra la manera de solucionar el problema o potser alguns passos; et suggereix més o menys clarament com pots procedir. Les idees et porten més o menys aprop de la solució, de manera que et pots considerar afortunat si tens qualsevol idea, sigui quina sigui.

Què puc fer amb una idea incompleta? Has de considerar-la. Si sembla una bona idea, considera-la més temps. Si sembla digna de confiança, has de assegurar-te fins on pots arribar amb ella i reconsiderar la situació. La situació ha canviat gràcies a la teva idea. Considera la nova situació desde diversos punts de vista i busca connexions amb els coneixements prèviament adquirits.

Què hi guanyo fent això de nou? Pots tenir sort i tenir una altra idea, que potser ja sigui la definitiva. Potser encara en necessitis unes quantes més. Potser alguna de les idees t'allunyarà de la solució, tanmateix estigues content de cada nova idea, fins i tot de les més insignificants o vagues, també de les idees suplementàries que classifiquen una altra de més vaga o que intenten corregir una de poc afortunada. Fins i tot si durant una bona estona no tens idees noves que valguin la pena, has d'alegrar-te si la concepció que tens del problema va essent més completa o més coherent, més homogènia o més equilibrada.

EXECUCIÓ DEL PLA

Per on he de començar? Comença per la idea que et porta a la solució. Comença quan estiguis convençut de saber resoldre els punts claus del raonament i creguis que podràs anar solventant els petits detalls que puguin aparèixer.

Què puc fer? Assegura't de tenir la plena comprensió del problema. Fes en detall les operacions algebraiques i geomètriques que previament has cregut factibles. Has d'estar segur de que cada pas és correcte, bé per raonaments formals o per intuïció, o de les dues maneres si pots. Si el problema és molt complex pots distingir "grans" passos cadascun d'ells compostos de "petits" passos. Verifica primer els grans passos i després els petits.

Què hi guanyo fent això? Una presentació de la solució, en la qual tots els passos són correctes sense cap mena de dubte.

REVISIÓ GLOBAL DEL PROBLEMA

Per on he de començar? Per la solució completa i correcta en tots els seus detalls.

Què puc fer? Considera la solució desde diversos punts de vista i busca connexions amb els coneixements prèviament adquirits.

Considera els detalls de la solució i intenta fer-los tan simples com puguis; analitza parts més grans de la solució i intenta escurçar-les; tracta de copsar la solució completa d'un cop d'ull. Tracta de millorar parts grans o petites de la solució o la solució completa. Intenta fer-la intuïtiva i inserir-la en el teu coneixement previ de la manera més natural possible. Analitza el mètode que t'ha portat a la solució i intenta adonar-te de quin és el punt clau i tracta d'utilitzar-lo en altres problemes. Analitza el resultat i tracta d'utilitzar-lo en altres problemes.

Què hi guanyo fent això? Pots trobar una nova solució que sigui millor que la que tenies, o descobrir fets nous i interessants. En tot cas, si t'acostumes a examinar i analitzar les solucions dels problemes d'aquesta manera, adquiriràs una sèrie de coneixements ben estructurats i a punt de ser utilitzats, i desenvoluparàs la teva aptitud per resoldre problemes.

COM RESOLDR E PROBLEMS

COMPRESIÓ DEL PROBLEMA

Primer.

S'ha de comprendre el problema.

Quina és la incògnita? Quines són les dades? Quines són les condicions?

Són les condicions que us donen suficients per determinar la incògnita? Són insuficients? Redundants? Contradictòries?

Feu un dibuix. Introduïu notació escaient.

Separeu les diverses parts que puguin tenir les condicions. Les podeu detallar per escrit?

CONCEPCIÓ D'UN PLA

Segon.

S'ha de trobar la relació que pugui existir entre les dades i la incògnita.

Si no es troba una relació immediata potser siguem conduïts a considerar problemes auxiliars.

En tot cas, s'ha d'obtenir un *pla* que ens porti a la solució.

Conèixeu ja el problema? Us heu trobat alguna vegada el mateix problema plantejat d'una manera lleugerament diferent?

Conèixeu algun problema relacionat amb aquest? Conèixeu algun teorema que podria ésser útil?

Fixeu-vos en la incògnita! I tracteu de recordar algun problema que us sigui familiar i que tingui la mateixa incògnita o una de semblant.

Aquí teniu un problema relacionat amb el que us interessa, i ja resolt.

El podríeu utilitzar? Podríeu utilitzar el resultat? Podríeu utilitzar el mètode? És factible introduir algun element auxiliar que faci possible la seva utilització?

Podríeu plantejar el problema d'una altra manera? Podríeu tornar-lo a plantejar encara d'una altra manera diferent? Recordeu les definicions.

Si no podeu resoldre el problema proposat tracteu de resoldre abans algun problema similar. Podrieu plantejar un problema relacionat que fos més accessible? Potser un problema més general? Més particular? Analgeu? Podrieu resoldre una part del problema? Considereu només una part de la condició i descarteu l'altra; fins a quin punt la incògnita queda ara determinada? com pot variar? Es pot treure alguna conclusió interessant de les dades? Podrieu pensar en més alternatives que fossin més escassants per determinar la incògnita? Podrieu canviar la incògnita, o les dades, o les dues coses, de manera que la nova incògnita i les noves dades estessin relacionades d'una manera més clara?

Heu utilitzat totes les dades? Heu utilitzat totes les condicions? Heu tingut en compte totes les nocions essencials que intervenen en el problema?

EXECUCIÓ DEL PLA

Tercer.

S'ha d'executar el pla.

Durant l'execució del pla concebut, heu de comprovar cadascun dels passos efectuats. Veieu clarament que el pas és correcte? Podeu provar que és correcte?

REVISIÓ GLOBAL DEL PROBLEMA

Quart.

S'ha d'analitzar la solució obtinguda.

Podeu verificar el resultat? Podeu verificar el raonament? Podeu obtenir el resultat d'una altra manera? Podeu copsar-lo d'una altra manera? Podeu utilitzar el resultat o el mètode per resoldre algun altre problema?