L'AMENAÇA NUCLEAR DE DISSUACIÓ

Un mòdul per a l'ensenyament de les matemàtiques i les seves aplicacions.

..."Gross differences in armament levels tends to lead to war. This has been seen troughout history, and has also been modeled mathematically"...

..."We do, after all, have the best country in the world, and it's now regaining needed strength"...

De Cartes a l'Editor de la revista Brown Alumni Monthly, USA, del Septembre de 1982.

L'ensenyament de la matemàtica no està al marge de les ideologies, o potser hauriem de dir de les mitologies, dominants. Hi ha els temes de moda i els temes tabús, i hi ha, és clar, diferents mitologies segons les nacions. En les següents pàgines fem un resum de l'anàlisi matemàtica (?) de la dissuació per amenaça nuclear tal com ha estat preparat per en H.A. Smith com a mòdul a l'ensenyament de la matemàtica i publicat al UMAP Journal, Vol. 1, nº 3, 1980. L'UMAP Journal és una revista dedicada als problemes de l'ensenyament de la matemàtica.

No hi ha dubte que el tema és apassionant i d'actualitat. A mi em recorda, posant-me la carn de gallina, el Lilulí de Romain Rolland.

El resum és el següent:

Després de la II Guerra Mundial, el monopoli dels USA de les armes nuclears va permetre tractar de dissuadir qualsevol agressió anunciant una revenja massiva contra tota nació que ataqués a ells o els seus aliats. Després de la pèrdua d'aquest monopoli als anys 50 degut a l'expansió dels armaments nuclears de la URSS alguns van fer notar la possibilitat que un atac per sorpresa podia deixar als USA sens força de revenja suficient per dissuadir un agressor prou determinat o desesperat.

Això va portar a una política de mantenir una força capaç de revenjar-se complidament d'un agressor després d'aguantar l'atac soviètic total. Aquesta política de "destrucció assegurada" havia de garantir la "destrucció de l'estat de l'agressor com a societat en funcionament".

Per tal d'aconsseguir això sempre hi havia d'haver avions volant, submarins submergits i missils subterranis amb potència destructora suficient, encara que nous avenços tecnològics en destruïssin una gran part. Durant els darrers 20 anys la força nuclear soviètica ha crescut molt, ja sigui perquè es refien d'obtenir la capacitat de destruir en un primer atac tant que la revenja sigui suportable, (el que el posaria en millor posició negociadora), ja sigui perquè vulguin tenir la mateixa capacitat de dissuasió que cerquen els USA. En el primer cas, si els USA tracten de mantenir la seva capacitat de dissuació, com influeix la cursa armamentista en l'economia? i en el darrer cas, el tractar de mantenir ambdós bàndols la capacitat de dissuació, porta a una cursa il·limitada d'armaments, o bé s'estabilitza a un punt d'equilibre en que cada part es segur de que l'altre no s'hi atrevirà?

En anys recents altres nacions han desenvolupat armes nuclears. Quin és l'efecte d'això?

En aquest mòdul s'estudien aquestes qüestions amb simplificacions importants: tots els missils basats a terra.

1. Un mòdul lineal:

Es suposa que hi ha n bàndols que es poden aliar de qualsevol manera. També es suposa que el bàndol i tè M_i missils i que es necessiten en promig ρ_{ij} missils del bàndol j per destruir un missil del bàndol i. Llavors M_i/ρ_{ij} és els nombre de missils que serán destruïts (més probablement) pel bàndol j en un primer atac. La suma de les M_j/ρ_{ij} per totes les j's diferents de i és el nombre de missils que probablement es perdrien en un atac combinat de tots els altres bàndols. També es suposa que i considera que Γ_i missils en operació per revenjar.se després de l'atac són suficients per dissuadir els possibles atacants. Per tant si $M_i - \Sigma_{j\neq i} M_j/\rho_{ij} \geqslant \Gamma_i$ el bàndol i es sentirà segur.

El mínim s'obtindrà en cas d'igualtat. La posició de dissuació mútua mínima s'obtindrà doncs com a solució del sistema d'equacions

$$M_i - \Sigma_{j\neq i} M_j/\rho_{ij} = \Gamma_i, \ i = 1,2,\ldots,n.$$

Quan n = 2 es tenen les solucions

$$M_1 = (\rho_{12}\Gamma_2+\rho_{12}\rho_{12}\Gamma_1)/(\rho_{12}\rho_{21} - 1)$$

$$M_2 = (\rho_{21}\Gamma_1 + \rho_{21}\rho_{12}\Gamma_2)/(\rho_{12}\rho_{21} - 1) \ ,$$

i aquestes tindran sentit només en el cas que $\rho_{12}\,\rho_{21} > 1$, o sigui, només quan, en promig, es necessita més d'un missil per destruir-ne un altre. Ja es veu doncs que això sembla possible si els missils estan prou espaiats i no n'hi ha amb diverses càrregues que es puguin dirigir acuradament. Aquesta darrera suposició ja no es compleix als sistemes moderns

Si totes les parts tenen la mateixa tecnologia i desitges, de manera que $\rho_{ij} = \rho$, $\Gamma_i = \Gamma$, $M_i = M$ per tots, llavors ens quedem amb $M-(n-1)M/\rho = \Gamma$, o sigui $M = \rho\Gamma/(\rho+1-n)$, i no pot haver-hi dissuació mútua, a menys que $\rho+1 > n$. Si $n = 3$, vol dir que no hi ha solució si no es necessiten més de dos missils per a destruir-ne un. Com que ja als 70's era clar que $\rho < 2$, tenim que aquest model diu que tres bàndols arriven a una carre ra armamentista infinita. Aquest model lineal, però, és massa simplista.

2. Un model no lineal:

El model anterior tractava les ρ's com a constants quan és bastant clar que depenen de les forces que hi hagi. Una anàlisi probabilística més acurada dóna un altre model.

Es suposa que cada un dels M_j missils de j porta μ_j caps nuclears amb fites independents, cada una amb una probabilitat p_{ij} de destruir un dels M_i missils de i si hi fa punteria, i si tot està distribuït el més uniformement possible (acceptem que és el més efectiu), hi haurà la part entera $[\mu_j M_j/M_i]$ de $\mu_j M_j/M_i$ caps fent punteria a cada un dels missils de i. La part fraccionaria $<\mu_j M_j/M_i>$ es distribuiria a l'atzar entre els M_i missils de i, de manera que la probabilitat que un d'ells sigui to cat (quan se l'hi fa punteria) pels caps sobrants és de $<\mu_j M_j/M_i> p_{ij}$.

Per tant la probabilitat que un missil sobrevisqui l'atac dels projectils de j és

$$(1 - p_{ij})^{[\mu_j M_j/M_i]} \; (1 - <\mu_j M_j/M_i> p_{ij}),$$

i per tant, la condició de que els missils que sobrevisquin l'atac de tots els bàndols a l'hora sigui més gran que Γ_i és:

$$M_i \; \Pi_{j\neq i} (1 - p_{ij})^{[\mu_j M_j/M_i]} \; (1 - <\mu_j M_j/M_i> p_{ij}) \geq \Gamma_i .$$

Es veu d'aquí que sempre hi ha posicions estables de dissuació mútua per qualsevol relació del nombre de missils dels bàndols: És a dir, si M_i són solució, αM_i també per α prou gran.

En el cas $M_i = M, p_{ij} = p$, $\mu_j = \mu$ i suposant que la força dissuasiva és proporcional a n, és a dir, $\Gamma_i = (n-1)\gamma$, queda

$$M(1-p)^{\mu(n-1)} \geqslant (n-1)\gamma \quad , \quad i$$

el mínim de M s'obté per

$$M = (n-1)\,\gamma\,(1-p)^{-\mu(n-1)} \; .$$

Per $n = 2$ tenim

$M(2) = \gamma(1-p)^{-\mu}$ i llavors es segueix que

$$M(n) = (n-1)\,\gamma\,\left(\frac{M(2)}{\gamma}\right)^{n-1} .$$

Si, per exemple, es suposa que $M(2) = 1.000$ per tenir una força de dissuació assegurada de $\gamma = 200$, resulta que $M(2)/\gamma = 5$. Per tant resultaria que $M(3) = 10.000$ i que $M(4) = 75.000$ (!). Això sembla facilitar la necessitat d'aliances a llarg terme si no es vol o no es pot tenir una força tan gran.

Una altra possibilitat és tenir dues potències i una tercera més petita que podria aliarse amb l'una o l'altra, sense intentar tenir una força dissuasiva, per tal d'obtenir influència. Es mostra que aquest efecte és neutralitzat per les grans potències aumentant una miqueta (menys que M_3) la seva força.

En l'article que estem resumint segueix un estudi de la relació entre els dos models, que mostra que el lineal és bo quan les p_{ij} són petites, que sembla que no és el cas avui. Després es fa un estudi de la confiança que ens mereixen els resultats, basats en valors mitjos (o en probabilitats). Es veu que augmentant relativament poc les forces (20%) es pot obtenir una confiança d'un 95% . El mòdul conté un bon nombre d'exercicis i respostes.

Per acabar vull expressar que a mi em dóna neguit el veure com es fan models matemàtics d'aquests assumptes desproveint-los del tot del contingut humà individual. Si, els missils de revenja no serian destruïts, però el model no pren en consideració més que el destruir la societat enemiga i gens el que la pròpia no sigui destruïda: és una relació entre missils. Posats a fer, no seria millor procurar $M_i = 0$? Potser no és solució d'aquest problema, però ho és d'un altre.

Carles Perelló