Integrals singulars i rectificabilitat

Resum de la línia de recerca. El principal problema obert en aquesta àrea fou plantejat per David i Semmes a principis de la dècada dels 1990. El problema és el següent: sigui $E \subset \mathbb{R}^d$ un compacte amb mesura de Hausdorff n-dimensional H^n finita, amb $0 < n < d$. Considerem la mesura $\mu = H^n_{|E}$, i donats $f \in L^p(\mu)$ i $x \in \mathbb{R}^n$, denotem

$$R_\mu(f)(x) = \int \frac{x-y}{|x-y|^{n+1}} \, f(y) \, d\mu(y).$$

Es a dir, $R_\mu(f)$ és la transformada de Riesz n-dimensional de f respecte de μ. Es cert que l'acotació en $L^2(\mu)$ de l'operador R_μ implica que n és un enter i que E és n-rectificable? Recentment en el nostre equip de recerca hem demostrat que sota una condició una mica més forta, concretament l'existència del valor principal

$$\lim_{\epsilon \to 0} \int_{|x-y|>\epsilon} \frac{x-y}{|x-y|^{n+1}} \, f(y) \, d\mu(y)$$

per a μ-quasi tot x, es compleix que n ha de ser enter i a més a més, E rectificable.